

# Решение задач на совместную работу

# алгоритм решения задач на совместную работу

1. В задачах на совместную работу мы имеем дело с тремя основными параметрами:
  - объем работы,
  - время,
  - производительность, которые связаны между собой формулой:

**объем работы = производительность·время**

- 2. **Объем работы**, если он не указан отдельно, **принимаем равным 1**.
- 3. Вводим два неизвестных:

$x$  – время выполнения всей работы кем-то (или чем-то) первым

$y$  – время выполнения всей работы кем-то (или чем-то) вторым.

(В некоторых задачах «выгоднее» принять за неизвестные производительность),

Тогда

$1/x$  – производительность кого-то (или чего-то) первого

$1/y$  – производительность кого-то (или чего-то) второго

**совместная производительность равна  $1/x+1/y$**

# Примеры решения задач

## Задание 1

**Даша и Маша пропалывают грядку за 12 минут, а одна Маша — за 20 минут. За сколько минут пропалывает грядку одна Даша?**

Про Машу нам все известно: время ее работы равно 20, следовательно, ее производительность равна  $1/20$ .

Пусть Даша пропалывает грядку за  $x$  минут, тогда ее производительность равна  $1/x$ .

Тогда **совместная производительность** равна  $1/x + 1/20$

**Объем работы** примем равным 1.

**Время совместной работы** равно 12 минут, отсюда получаем уравнение:  $(1/x + 1/20) \cdot 12 = 1$

Решая его, получим:  $8x = 240$ ;  $x = 30$

**Ответ: 30**

# Задание 2

**Первая труба наполняет резервуар на 6 минут дольше, чем вторая. Обе трубы наполняют этот же резервуар за 4 минуты. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?**

**1. Введем неизвестные:**

Пусть

$x$  – время заполнения резервуара первой трубой

$y$  – время заполнения резервуара второй трубой

$1/x$  – производительность первой трубы

$1/y$  – производительность второй трубы

$1/x+1/y$  – совместная производительность

**2. Примем объем резервуара равным 1.**

**3. У нас 2 неизвестных, поэтому будем составлять систему из двух уравнений.**

По условию задачи, **первая труба наполняет резервуар на 6 минут дольше, чем вторая,** следовательно время работы первой трубы на 6 минут больше, чем второй:  $x=y+6$

**Обе трубы наполняют этот же резервуар за 4 минуты,** следовательно, время совместной работы равно 4 минуты. Получаем второе уравнение системы:  $4(1/x+1/y)=1$

Получили систему уравнений, решая ее получим  $y^2-2y-24=0$  2 корня

$y_1=6, y_2=-4$  – не подходит по смыслу задачи.

**Ответ: 6**

# Инструкция

1. Определите, к какому подтипу относится задача на совместную работу. Основных подтипов три. Это задачи на вычисление времени, скорости наполнения бассейна через трубы с разной пропускной способностью, а также на расчет пути, пройденного двумя или несколькими движущимися телами. Последний подтип очень похож на задачи на движение.

2. В общем виде условие задачи на вычисление времени выглядят примерно так. Один рабочий может выполнить задание быстрее, чем второй. на величину  $a$ . Вместе они затратят  $b$  часов. Необходимо найти, сколько времени потребуется каждому, чтобы выполнить весь объем работ. Примите всю работу за 1.

3. Время, необходимое каждому, обозначьте как  $x$  и  $y$ . Найдите производительность каждого работника. Для этого нужно 1 разделить на время, то есть на  $x$  и  $y$ .
4. Выразите уравнением, сколько сделает каждый за то время, пока они работают вместе. Для этого умножьте производительность  $1/x$  и  $1/y$  на время  $a$  и сложите оба числа. Результат - весь объем работы, то есть 1. Таким образом, первое уравнение у вас будет выглядеть как  $a(1/x + 1/y) = 1$ .

5. Второе уравнение системы будет представлять собой разность между  $x$  и  $y$ , которая равняется числу  $b$ . Решите систему уравнений, выразив одно из неизвестных через другое. Например,  $y=b-x$ . Подставив это значение в первое уравнение системы, вы можете вычислить  $x$ .

6. Условия задач подобного типа могут отличаться друг от друга, но принцип остается тем же самым. Например, вам дано, что какое-то время два рабочих трудились вместе, а затем один перестал работать. Другой же выполнил оставшееся задание за какое-то время. В любом случае весь объем будет равен 1. Точно так же как и в первом случае, обозначьте время одного и второго как  $x$  и  $y$ . Выразите производительность, разделив работу на время.

7. Выразите, сколько сделал каждый рабочий, пока они трудились вместе, умножив производительность на общее время. Затем выполненный за общее время объем работы одного выразите через объем работы второго и составьте систему уравнений.

8. Знаменитые задачи на бассейн решаются по тому же алгоритму, только за 1 необходимо принять весь объем воды. Для системы уравнений нужно сначала выразить, сколько воды вливается или выливается из каждой трубы за единицу времени. Затем выразите количество воды из одной трубы через количество другой и решите систему.